

■ Calcul d'implant

Formule de vergence et calcul de la puissance d'un implant



D. GATINEL

Département de chirurgie réfractive et du segment antérieur, Fondation Rothschild, PARIS.

Le chirurgien de la cataracte bénéficie aujourd'hui d'une offre abondante de formules de calcul pour prédire la puissance de l'implant destiné à induire la réfraction souhaitée par le patient. Indépendamment de l'historique de leur apparition, on peut distinguer les formules prédictives, qui reposent sur un noyau de calcul optique, de celles qui utilisent des algorithmes conçus selon des données statistiques. Parmi celles-ci, figurent à la fois l'ancienne formule empirique SRK et les algorithmes récents issus de réseaux de neurones artificiels. Ces méthodes de prédiction de la puissance de l'implant ont en commun la réalisation d'une prédiction fondée sur un entraînement utilisant une série de variables biométriques préopératoires confrontées à un résultat postopératoire connu, sans lien déterministe explicite. La formule SRK était fondée sur une simple régression linéaire faisant intervenir K (puissance cornéenne estimée), L (longueur axiale) et une constante A d'ajustement linéaire. La formule SRK-T (T pour théorique) fut introduite ultérieurement pour pallier la relative imprécision de la formule SRK, en particulier pour les yeux dont les caractéristiques biométriques s'éloignaient de la moyenne. Elle reprit le concept de constante A pour permettre d'ajuster l'erreur moyenne de prédiction à une valeur nulle.

Les formules récentes qui reposent sur la pure utilisation de données injectées dans des algorithmes d'intelligence artificielle ont une philosophie qui s'apparente à celle de la formule SRK mais sont beaucoup plus complexes qu'une simple régression linéaire.

La majorité des formules modernes les plus performantes (Barrett, Kane, PEARL DGS) reposent quant à elles sur un modèle optique d'œil plus ou moins sophistiqué auquel est appliqué un calcul de puissance fondé sur des lois optiques dites paraxiales, ou en *ray tracing* (Okulix). Ces approches sont fondées sur les lois qui gouvernent la propagation de la lumière au sein des milieux optiques.

Les formules paraxiales ont l'avantage sur les formules de *ray tracing* d'être explicites, car elles découlent de l'utilisation itérative de la formule de vergence : leurs principes généraux, restreints ici à un modèle d'œil composé de lentilles minces, font l'objet de cet article.

■ Formule de vergence

1. Notion de vergence

La vergence est une notion théorique qui fait appel à deux variables : l'indice de milieu où se propage la lumière, et la distance depuis/jusqu'au dernier/prochain foyer. La vergence est simplement égale au rapport entre ces deux variables et s'exprime en dioptrie (**fig. 1**).

2. Formule de vergence

La formule de vergence permet de relier la position d'une source lumineuse (objet) à celle de son image formée par un dioptré (**fig. 2**). Cette formule découle d'un principe élémentaire : le trajet qu'emprunte un rayon lumineux entre deux points est nécessairement le plus court en temps de parcours. À par-

Calcul d'implant

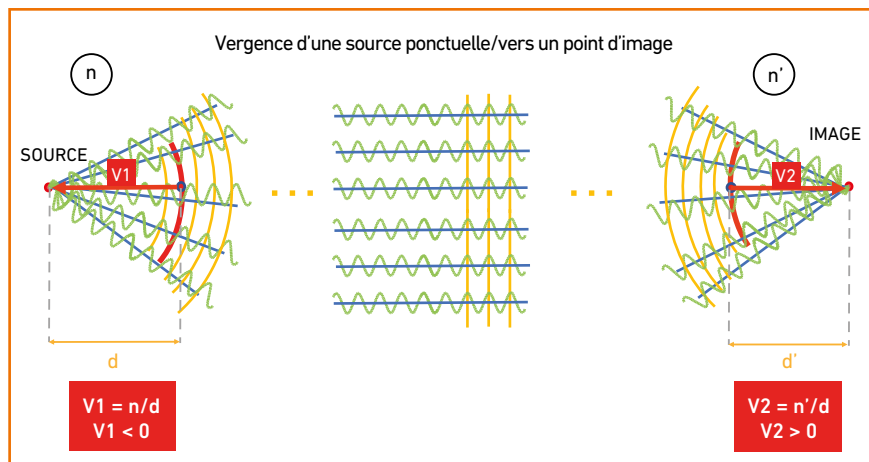


Fig. 1 : Considérons une source ponctuelle qui émet de la lumière dans toutes les directions. Nous ne représentons qu'une partie de la lumière émise ici, sous forme de trains d'ondes, de rayons et de fronts d'ondes, même si nos calculs impliqueront la vergence. Les diagrammes ne sont pas dessinés à l'échelle. Un front d'onde est une construction virtuelle : il correspond à l'enveloppe de points dans l'espace dans un même état de phase (en orange sur le schéma) dont les variations sont représentées par les trains d'ondes lumineux (sinusoïdes). Un rayon est une autre construction virtuelle qui correspond à la direction locale de mouvement du front d'ondes. La vergence est une grandeur qui est égale à l'inverse d'une distance. Elle est égale au rapport de l'indice de réfraction du milieu de propagation divisé par la distance depuis (vergence négative) ou vers (vergence positive) le foyer. Ainsi, plus on est éloigné de la source, plus la vergence diminue (en valeur absolue). Si la source est située à très grande distance ou à l'infini, la vergence incidente sur un élément optique (dioptre, lentille) est nulle. Une image du point source peut être formée à partir d'une partie des trains de rayons/ondes captés par un système optique conçu pour faire converger la lumière vers un point de focalisation situé dans le plan attendu — la rétine dans le cas de l'image formée par l'œil d'une source lumineuse.

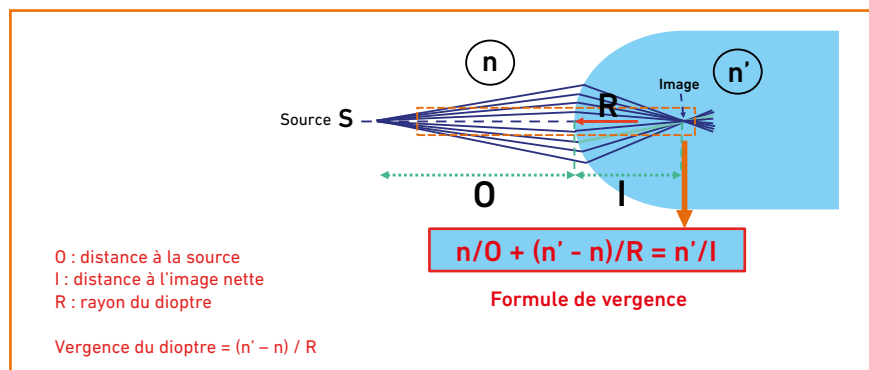


Fig. 2 : la source lumineuse S est placée à une distance O du sommet d'un dioptre de rayon R. La distance entre le sommet du dioptre et l'image nette (stigmatique) formée I est la distance focale. Pour connaître celle-ci, on peut utiliser une formule de vergence, obtenue au prix de quelques approximations valables près du sommet du dioptre, liées à la faible grandeur de h (hauteur du rayon incident par rapport à l'axe optique). La formule de vergence n'est donc valide que pour les points proches de l'axe (conditions paraxiales, qui ne sont pas respectées sur l'illustration pour des raisons didactiques). R représente le rayon de courbure du dioptre (si celui-ci est parfaitement sphérique) ou son rayon apical (s'il n'est pas parfaitement sphérique). La connaissance de R est nécessaire si l'on veut appliquer la formule de vergence aux points situés près de l'axe optique. Dans le cas de la cornée, R est proche de 8 mm, et il faut utiliser sa valeur en mètre (de même pour les distances O et I) pour les applications numériques (ex : $R = 0,008$ m). La formule de vergence permet d'additionner les vergences. n/O est la vergence de la lumière émise depuis O au contact du dioptre. Si la source est placée dans l'air, $n = 1$. La vergence du dioptre est égale à la différence d'indice entre le milieu réfractant (n') et le milieu incident (n) divisé par le rayon apical. Quand on additionne à la vergence provenant de O la vergence du dioptre, on obtient, par définition de la formule de vergence, la valeur de la vergence située juste après la surface du dioptre. Elle est égale au rapport entre l'indice du dioptre et la distance vers le foyer. Si l'on connaît toutes les valeurs numériques (distance de O, valeur des indices de réfraction et rayon du dioptre), on peut déterminer où la lumière va se focaliser : il suffit de résoudre l'équation fournie par la formule de vergence pour la variable I. Cette formule est très utile en optique géométrique et permet d'établir les équations qui conduisent au calcul de la puissance des implants en chirurgie de la cataracte.

tir de ce principe, on peut établir la loi des sinus de Snell-Descartes. Quand on applique cette loi aux rayons proches de l'axe optique, on obtient, au prix de quelques approximations, la formule de vergence. Elle peut être appliquée à tout dioptre épais ou lentille mince, et de manière itérative (**fig. 3**).

3. Principe d'utilisation de la formule de vergence

Considérons une situation élémentaire, celle d'une source ponctuelle dont un dioptre (ou une lentille) forme une image nette dans un plan situé en arrière du dioptre. On connaît la position de l'objet source, la puissance du dioptre ou de la lentille, les indices de réfraction où baignent ces éléments, et on cherche généralement à prédire la position de l'image nette de l'objet formée par le dioptre ou la lentille.

Le calcul biométrique vise plus particulièrement à déterminer la puissance de la lentille intraoculaire à insérer après retrait du cristallin pour obtenir le résultat réfractif souhaité. Dans le cas d'une cible réfractive emmétropisante, la position finale de l'image nette d'une source située à l'infini doit être confondue avec le plan rétinien après réfraction par la cornée et l'implant.

Pour une cible réfractive non emmétropisante (myopisation légère destinée à permettre la lecture de près sans correction), on ajoute au modèle d'œil paraxial un verre de lunettes dont la puissance correctrice est égale à la magnitude de myopie visée.

La transposition de ces contraintes en équations est relativement aisée grâce à la formule de vergence. Celle-ci requiert l'utilisation des valeurs d'indice de réfraction et des distances depuis ou vers le prochain foyer. On applique la formule de vergence à chaque interface optique, à la vergence incidente (égale au rapport entre l'indice du milieu incident et la distance depuis le dernier

Calcul d'implant

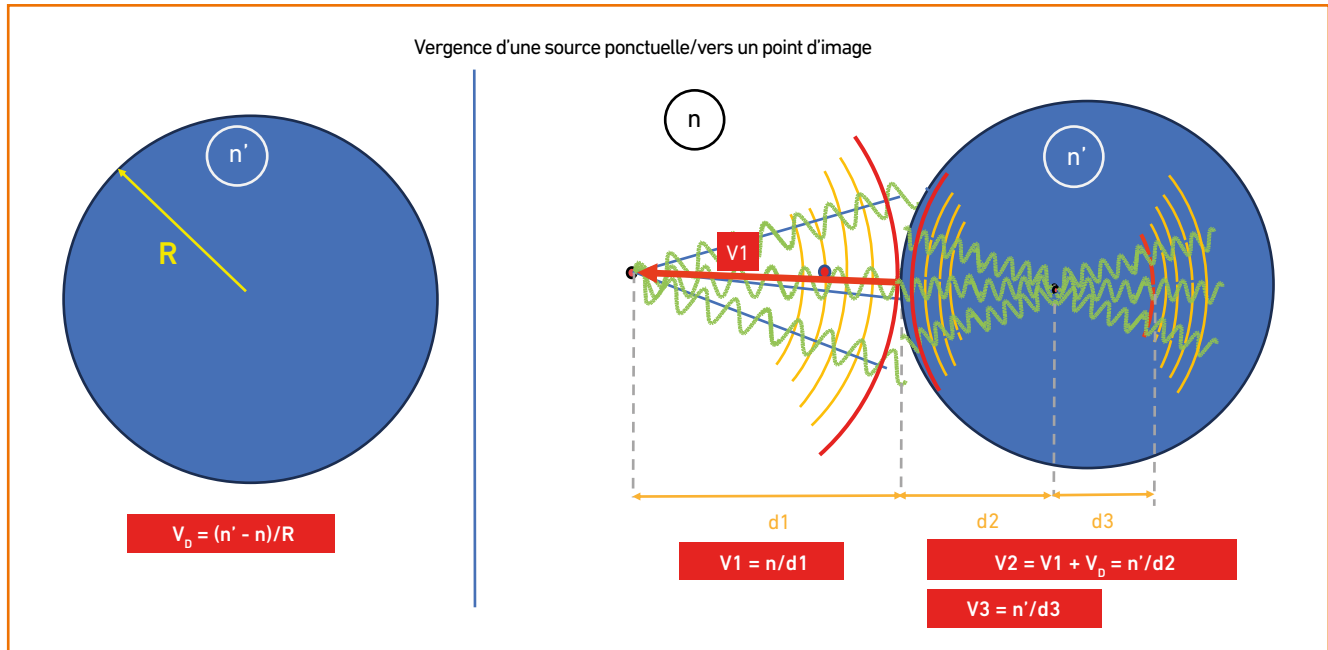


Fig. 3 : Grâce à la formule de vergence, la vergence d'un faisceau paraxial après réfraction par le dioptre V2 d'un faisceau incident V1 est égale à la somme de la vergence incidente et de la vergence du dioptre. Une fois cette vergence calculée, on obtient facilement la distance d2. Si la lumière continue de se propager au-delà, la distance utilisée pour le calcul de la vergence aura comme origine le point d2. d1 et d3 sont des valeurs négatives.

foyer), on ajoute la vergence du dioptre ou de la lentille concerné(e). La nouvelle vergence obtenue par cette somme est égale au rapport entre l'indice de réfraction et la distance au prochain foyer. Cette distance peut ainsi être aisément déterminée, comme le rapport entre l'indice de réfraction du milieu de propagation et la nouvelle vergence. Pour cette raison, les équations faisant intervenir la formule de vergence comportent généralement une succession de fractions imbriquées. Pour les applications numériques, toutes les distances doivent être exprimées en mètre.

Application de la formule de vergence au calcul biométrique

Nous considérons le cas général d'un œil simplifié dont la cornée et l'implant sont considérés comme des lentilles infiniment minces et dont la réfraction cible est $R = 0$ dans le cas de l'emmétropie, ou une valeur légèrement négative (généralement inférieure à 3D) pour

une myopisation légère. Nous cherchons à déterminer la valeur de P, qui permettra à l'œil opéré d'atteindre la réfraction R.

Le principe de résolution repose sur l'établissement d'une équation faisant intervenir la variable P et qui pourra être résolue pour celle-ci. L'utilisation itérative de la formule de vergence permet justement de générer les équations qui concernent la propagation d'un pinceau de rayons lumineux émis par une source située à l'infini, successivement réfracté par le verre correcteur, la cornée et le cristallin : l'image nette finale doit nécessairement se situer dans le plan de la rétine.

1. Obtention de l'équation reliant P, R et les paramètres biométriques

Le raisonnement conduisant à la détermination de la valeur de P (puissance à choisir pour obtenir la valeur de réfraction postopératoire R) est exposé par étapes (fig. 4).

2. Interprétation

La formule qui fournit la puissance théorique de l'implant destinée à induire la réfraction R souhaitée est simplement égale à la différence entre la vergence correspondant à la distance séparant l'implant de la rétine et la vergence calculée depuis la source (située au *punctum remotum* de l'œil corrigé par le verre de lunettes) et propagée jusqu'à la rétine sans l'implant. Plus le segment postérieur (AL-ELP) est court, plus la distance entre cornée et implant (ELP) est grande, et plus la puissance de l'implant sera élevée.

L'étude du dénominateur du second terme permet de prédire l'influence de certaines variables biométriques. Plus K est faible, plus R est négatif (plus on vise une réfraction myopique) et plus la puissance de l'implant sera forte. L'impact de variations de l'indice du milieu incident (n_0) ne concerne pas forcément les espèces qui évoluent constamment en milieu terrestre, mais implique la

Calcul d'implant

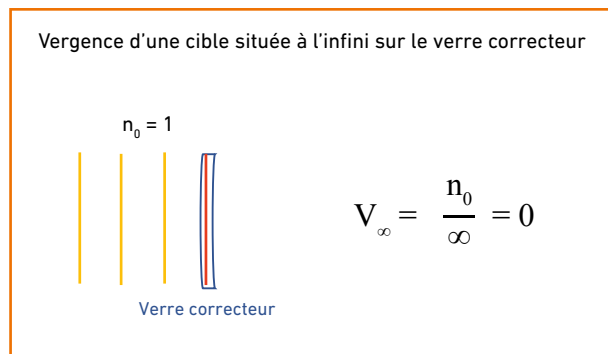


Fig. 4A: Supposons qu'il y ait un verre de lunettes sur le chemin de la lumière émise depuis une source très lointaine. Cela modifiera la trajectoire des rayons lumineux. La question posée est : qu'advient-il de la vergence après le passage à travers le verre ? Pour répondre à cette question, il suffit d'utiliser les propriétés additives de la vergence. La vergence d'une source lointaine (à l'infini) située dans l'air ($n_0 = 1$) est nulle près de la lentille de lunettes.

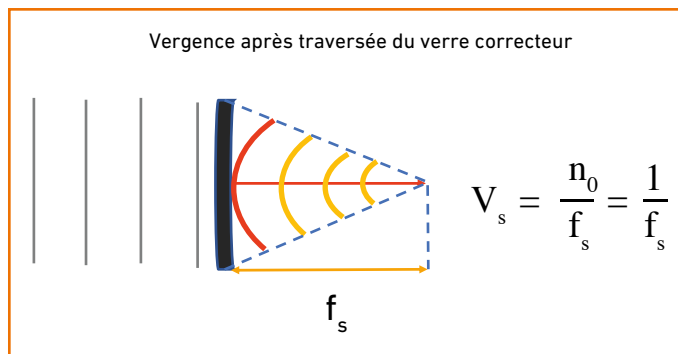


Fig. 4B: Après passage à travers le verre, la vergence du front d'ondes est égale à la somme de la vergence incidente (nulle) et de la puissance de la lentille de lunettes qui est considérée ici comme une lentille infiniment mince. La puissance de la lentille est égale au rapport entre l'indice de réfraction de l'air (qui est de 1) et la distance focale (f_s). Elle est équivalente à la vergence prise par un front d'ondes incident de vergence nulle après passage à travers la lentille de lunettes.

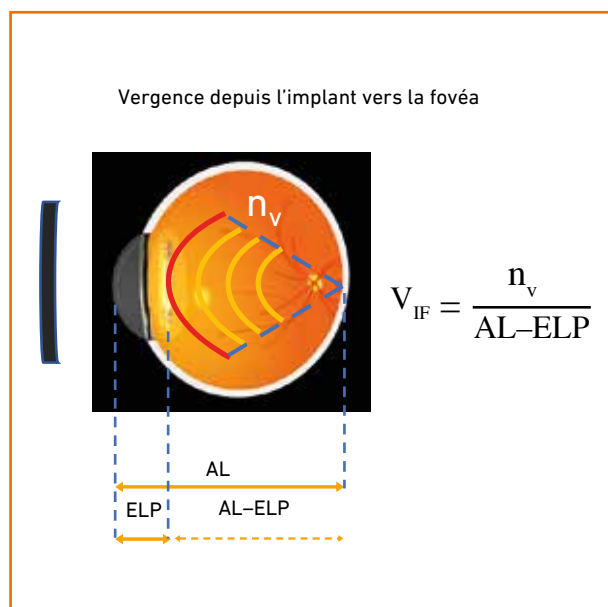


Fig. 4C: En réalité, les choses sont souvent plus complexes car il y a généralement un œil derrière un verre de lunettes. Le verre sert à modifier la vergence initiale de la lumière afin que l'image provenant d'une source éloignée soit perçue comme nette par l'œil. Ceci suppose que cette image nette soit formée dans le plan de la rétine. **Si cela est vrai, alors on sait que la vergence d'un front d'ondes qui quitte la face postérieure du cristallin (ou de l'implant si l'œil est pseudophaque) est nécessairement égale au rapport entre l'indice de réfraction du vitré et la distance séparant la surface postérieure du cristallin (ou de l'implant) de la fovéa.** La vergence entre l'implant et la fovéa (VIF) d'un œil emmétrope (ou bien corrigé par un verre de lunettes pour la vision de loin) est égale au rapport entre l'indice de réfraction du milieu de propagation (vitré) et la distance séparant l'implant de la fovéa. Cette distance est égale à la longueur axiale diminuée de la distance entre la cornée et l'implant. Ce segment est la position effective adoptée par l'implant après la chirurgie, et est souvent dénommée par l'acronyme ELP (pour *Effective Lens Position*). Pour établir la valeur optimale de la puissance de l'implant (P) destinée à procurer à l'œil opéré une réfraction cible, il faut établir une relation d'égalité entre VIF et la vergence d'un faisceau émis depuis une source à l'infini, puis successivement réfracté par un verre de lunettes, la cornée et l'implant.

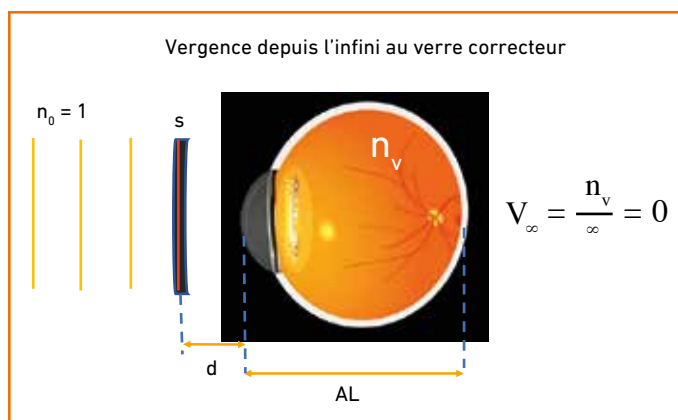


Fig. 4D: La vergence incidente sur le verre correcteur S est égale au rapport entre l'indice du milieu (n_0) et la distance (en mètre). Depuis une source située à l'infini, cette vergence est nulle. Le verre est situé à une distance d du sommet de la cornée.

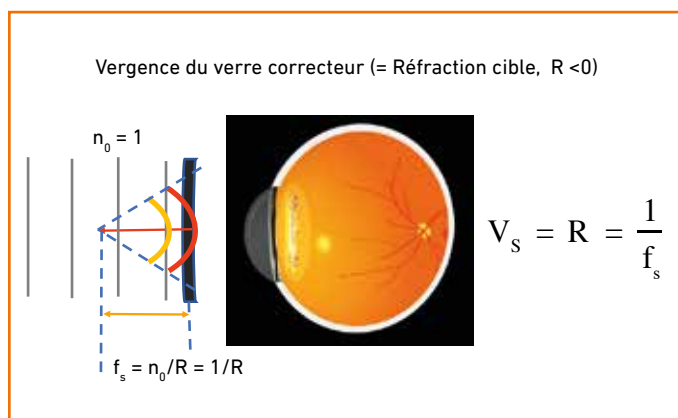


Fig. 4E: Soit R la vergence d'un verre correcteur : cette vergence est négative dans le cas d'un verre correcteur pour myopie légère ($R < 0$). Après traversée du verre de lunettes, la vergence est égale à $R = 1/f_s$, où f_s est la distance au foyer image du verre ($f_s < 0$).

■ Calcul d'implant

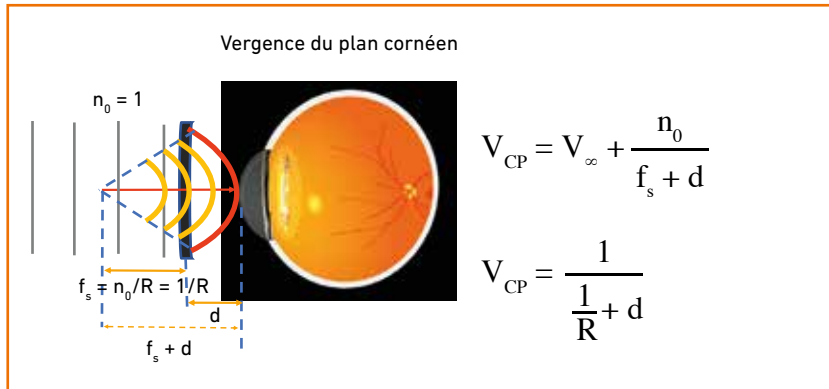


Fig. 4F: Au contact de la cornée, la distance depuis l'origine virtuelle du train d'ondes est égale à $f_s + d$ où d est la distance séparant le verre correcteur du plan cornéen. La vergence au plan cornéen (VCP) est égale au rapport entre l'indice de réfraction du milieu de propagation ($n_0 = 1$) et cette distance.

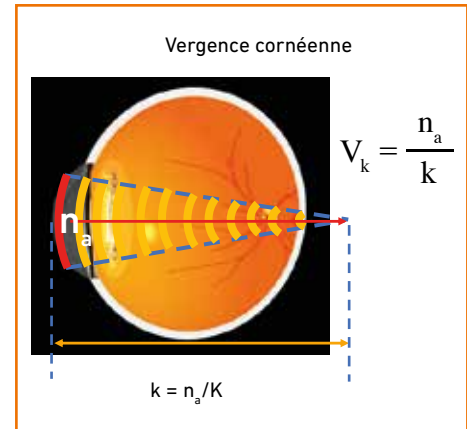


Fig. 4G: La vergence de la cornée est égale à K (puissance cornéenne, en dioptries). En l'absence d'interface optique et pour un milieu réfractif homogène (humour aqueux), la distance à laquelle un faisceau incident est réfracté est égale à n_a / K où K est le pouvoir optique de la cornée (K est exprimé en dioptries). NB : dans les formules de calcul de puissance reposant sur un modèle en lentille mince, la cornée est assimilée à un dioptre dont la puissance est estimée à partir de la mesure de la kératométrie antérieure (rayon de courbure), et un indice fictif dit lératométrique, dont la valeur est ajustée pour réduire la puissance cornéenne et pallier l'absence de mesure du rayon de courbure postérieur (la face postérieure de la cornée atténue la puissance optique de la face antérieure).

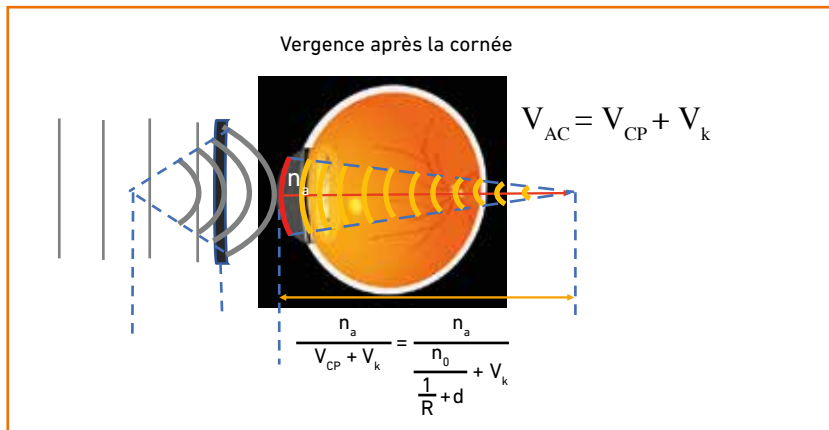


Fig. 4H: La vergence après la cornée (VAC) est égale à la somme de la vergence incidente sur le dioptre cornéen et la vergence cornéenne. La vergence après la cornée est égale à $n_a / (V_{CP} + V_k)$ où n_a est l'indice de réfraction de l'humour aqueux.

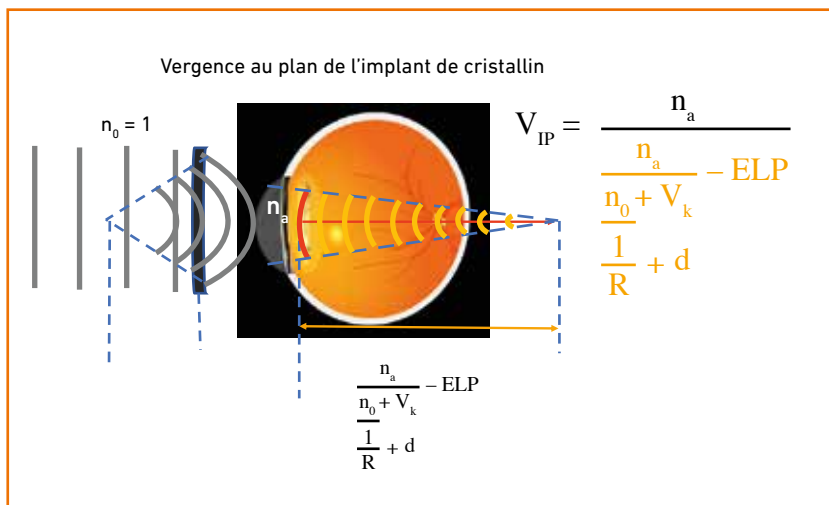


Fig. 4I: La vergence au plan de l'implant (VIP) peut être estimée en retranchant, à la distance au foyer, la valeur de l'espace qui sépare la cornée de l'implant (égale à la valeur de l'Effective Lens Position, ELP).

nécessité d'une lentille cristallinienne particulièrement puissante en milieu aquatique ($n_0 = 1,33$), ce d'autant que l'augmentation de n_0 induit une réduction majeure de la valeur de V_k à rayon de courbure cornéen identique. C'est le cas pour la plupart des poissons, dont le cristallin adopte une géométrie sphérique et dont la cornée est quasi plate (la différence d'indice de réfraction entre l'eau environnante et le tissu cornéen étant quoi qu'il en soit trop faible pour réfracter suffisamment la lumière vers la rétine quelle que soit la cambrure cornéenne).

Quand la cornée est significativement torique (génère un astigmatisme cornéen significatif), le choix d'une lentille intra-oculaire torique est particulièrement indiqué pour neutraliser l'astigmatisme cornéen. L'utilisation de la kératométrie moyenne dans la formule de calcul de puissance fournit alors la valeur de l'équivalent sphérique de l'implant torique, et l'utilisateur doit utiliser une méthode de calcul adaptée pour déterminer la valeur optimale du cylindre de l'implant.

Calcul d'implant

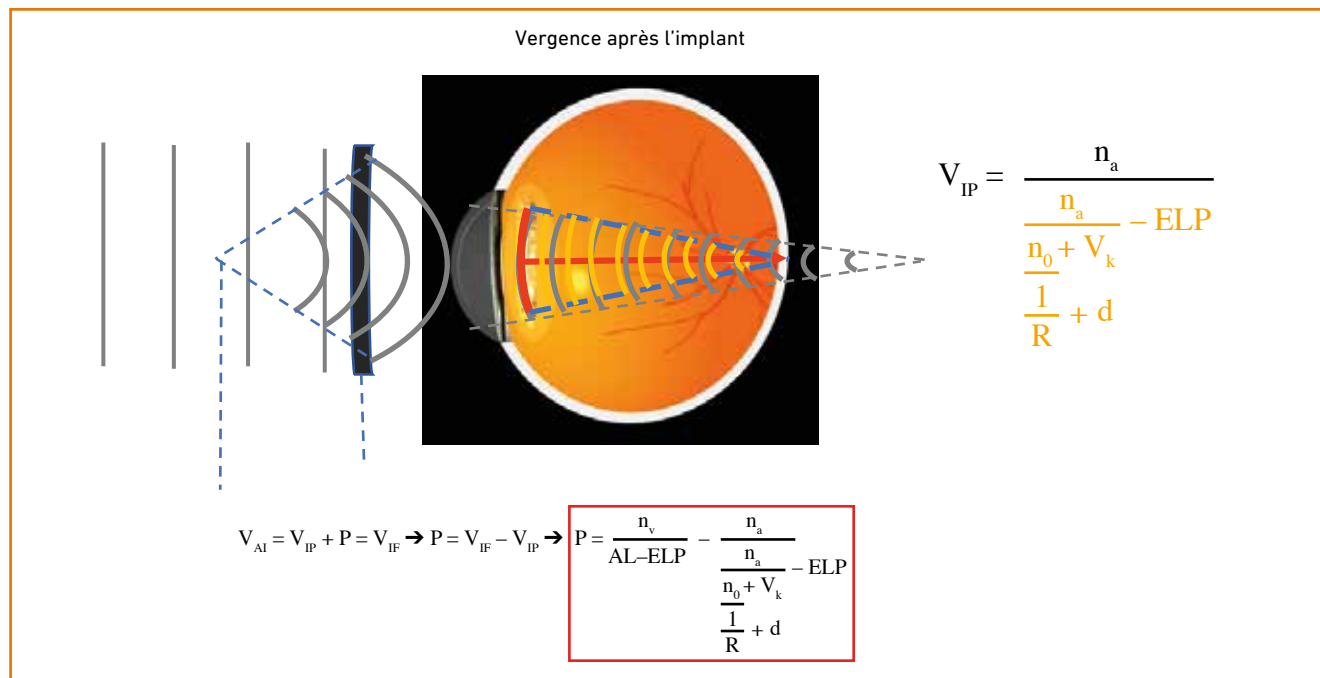


Fig. 4J : Après franchissement de l'implant, la vergence (VAI) est égale à VIP augmentée de la valeur de P. La puissance P permettant à la vergence finale de correspondre avec un foyer dans le plan rétinien est telle que $V_{AI} = V_{IF} = V_{IP} + P$. Il suffit de résoudre l'équation ainsi obtenue pour obtenir la valeur de P. Celle-ci permet à un œil de puissance cornéenne K d'obtenir la réfraction R. Il est important de réaliser que, dans les situations cliniques réelles, la position finale de l'implant dans l'œil (ELP) doit être estimée *a priori*.

Le lecteur intéressé est invité à programmer cette formule dans un tableur pour apprécier l'impact de la valeur prise par certaines variables sur la puissance de l'implant.

Formule en lentilles minces vs épaisses

La modélisation des éléments réfractifs de l'œil en lentilles minces a le mérite de la simplicité mais implique une réduction de la précision du calcul prédictif. La cornée et l'implant ont une épaisseur cumulée de l'ordre du millimètre, ce qui n'est pas négligeable à l'échelle de la longueur axiale.

Cette épaisseur explique qu'un modèle en lentille mince est nécessairement entaché d'une certaine imprécision car la distance entre ces deux éléments (soit la position effective prédite de l'implant) n'est pas strictement équivalente à la distance entre deux éléments épais au tra-

vers desquels la lumière incidente subit non pas deux réfractions successives... mais quatre.

Différentes approches permettent de pallier ce point :

– la formule de vergence peut être appliquée à toutes les interfaces d'un œil dont la cornée et l'implant sont munis de faces

POINTS FORTS

- Les formules optiques paraxiales de calcul de puissance d'implant sont fondées sur l'utilisation de la formule de vergence.
- L'utilisation de la formule de vergence appliquée à un modèle d'œil paraxial permet d'établir une formule de calcul de puissance d'implant.
- La puissance de l'implant résulte d'une équation où figurent les paramètres biométriques clés : longueur axiale, position effective de l'implant, puissance cornéenne, indices de réfraction des milieux réfractants.

antérieures et postérieures séparées d'une certaine distance ;

– le calcul de la position des plans principaux de la cornée et de l'implant peut être effectué, et les distances requises entre ces plans, substituées aux distances anatomiques du système formé par la cornée et l'implant. Ces plans sont des constructions théoriques destinées

■ Calcul d'implant

à simplifier les systèmes épais en éléments minces positionnés de manière à mimer le comportement optique du système épais ; on revient alors à un système équivalent à deux lentilles minces, dont les positions théoriques sont toutefois ajustées pour fournir un résultat comparable au système de lentille épaisse correspondant.

Dans les deux cas, il est nécessaire au moins théoriquement de connaître le design optique de l'implant (valeurs des rayons de courbure avant, arrière, épaisseur centrale et indice). Malheureusement, ces données sont rarement divulguées par les fabricants, et certaines assumptions peuvent s'avérer nécessaires. Ces incon- nues entachent également la précision

d'une formule fondée sur du *ray tracing*, car cette technique requiert de connaître la géométrie de toutes les interfaces traversées par la lumière.

Enfin, la propension d'une formule à prédire avec justesse la position de l'implant (anatomique ou optique, selon le modèle considéré) est un déterminant majeur de la qualité de toute formule prédictive de calcul optique. Nous y reviendrons plus en détail dans un prochain article...

POUR EN SAVOIR PLUS

- Pour une démonstration plus complète : www.gatinel.com/recherche-formation/optique-paraxiale-et-points-cardinaux/formule-de-vergence

- <https://www.gatinel.com/paraxial-optics-for-iol-power-calculation/> (en anglais)
- STOPYRA W, LANGENBUCHER A, GRZYBOWSKI A. Intraocular Lens Power Calculation Formulas-A Systematic Review. *Ophthalmol Ther*, 2023.
- NAESER K. Intraocular lens power formula based on vergence calculation and lens design. *J Cataract Refract Surg*, 1997;23:1200-7.
- DEBELLEMANIÈRE G, DUBOIS M, GAUVIN M *et al*. The PEARL-DGS Formula: The Development of an Open-source Machine Learning-based Thick IOL Calculation Formula. *Am J Ophthalmol*, 2021;232: 58-69.

L'auteur a déclaré ne pas avoir de liens d'intérêts concernant les données publiées dans cet article.